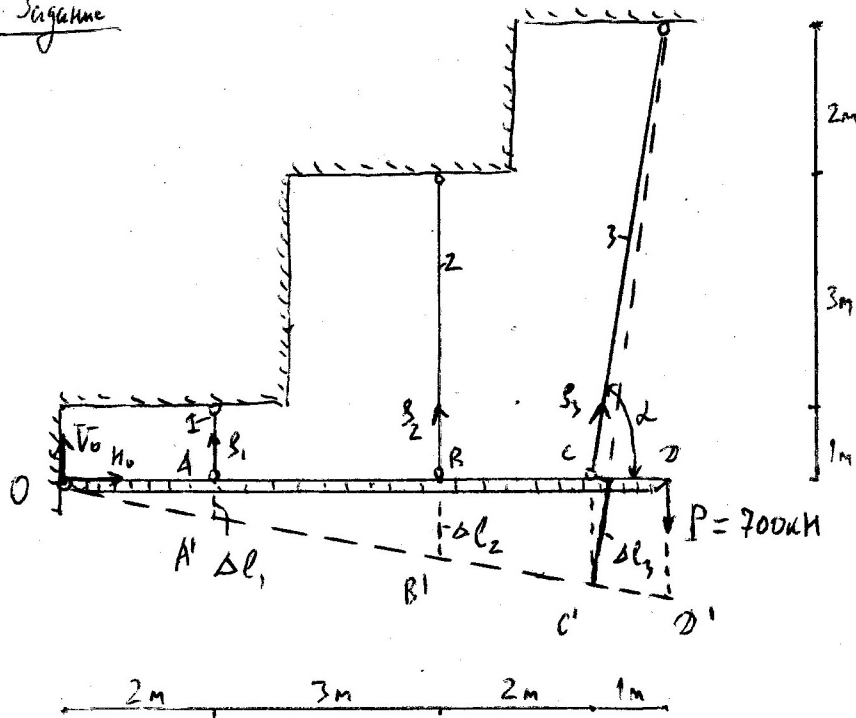


Расчет ступенчатой неопределенной стержневой системы.

1. Задача



$$F_1 = F_2 = F_3 = 1 : 1,2 : 0,8$$

$$R^H = 250 \text{ kH}$$

$$K_{нз} = 1,25$$

$$R = \frac{R^H}{K_{нз}} = \frac{250}{1,25} = 200 \text{ MPa} = 2 \cdot 10^5 \text{ kPa}$$

Система два раза  
статически неопределима.

Уравнение равновесия:  $\sum m_0 = 0; -R_1 \cdot OA - R_2 \cdot OB - R_3 \cdot OC \cdot \sin \alpha + P \cdot OD = 0;$

$$\sin \alpha = \frac{1 + 3 + 2}{\sqrt{1 + 6^2}} = 0,986;$$

$$R_1 \cdot 2 - R_2 \cdot 5 - R_3 \cdot 7 \cdot 0,986 + 700 \cdot 8 = 0$$

$$2R_1 + 5R_2 + 6,902R_3 - 5600 = 0 \quad (1)$$

Изобразим систему в деформированном виде.

-2-

Найдем связь между удлинениями стержней.

$$\Delta l_1 = \Delta AA'; \quad \Delta l_2 = BB'; \quad \Delta l_3 = CC' \text{ мм};$$

$$\Delta OAA' \sim \Delta OBB' \sim \Delta OCC', \quad \frac{AA'}{BB'} = \frac{OA}{OB}; \quad BB' = AA' \cdot \frac{OB}{OA},$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 \cdot 2,5 \quad (2) \quad \frac{AA'}{CC'} = \frac{OA}{OC}; \quad CC' = AA' \cdot \frac{OC}{OA};$$

$$\Delta l_3 = \Delta l_1 \cdot \frac{7}{2} \text{ мм}, \quad \Delta l_3 = 3,451 \cdot \Delta l_1 \quad (3)$$

Тогда матрица стержней хрупких:

Сумма жёсткостей:

$$\Delta l_1 = \frac{\delta_1 l_1}{EF_1} > \Delta l_2 = \frac{\delta_2 l_2}{EF_2}; \quad \Delta l_3 = \frac{\delta_3 l_3}{EF_3} \quad (4)$$

$$\text{Здесь: } l_1 = 1 \text{ м}; \quad l_2 = 4 \text{ м}; \quad l_3 = \sqrt{1+6^2} = \sqrt{37} = 6,083 \text{ м}$$

Подставим (2) и (3) в (4)

$$\frac{\delta_2 l_2}{EF_2} = 2,5 \cdot \frac{\delta_1 l_1}{EF_1}; \quad \frac{\delta_3 l_3}{EF_3} = 3,451 \cdot \frac{\delta_1 l_1}{EF_1}$$

Отсюда:

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= 2,5 \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{F_2}{F_1} s_1 = 2,5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1,2}{1} \cdot s_1 = 0,75 s_1 \\ s_3 &= 3,451 \frac{l_1}{l_3} \cdot \frac{F_3}{F_1} s_1 = 3,451 \cdot \frac{1}{6,082} \cdot \frac{0,8}{1} s_1 = 0,454 s_1 \end{aligned} \right\} (5)$$

Подставим (5) в (1)

$$2 s_1 + 5 \cdot 0,75 s_1 + 6,902 \cdot 0,454 \cdot s_1 = 5600 ;$$

$$s_1 = \frac{5600}{2 + 3,75 + 3,134} = \frac{5600}{8,884} = 630,35 \text{ кН};$$

$$s_2 = 0,75 \cdot 630,35 = 472,76 \text{ кН};$$

$$s_3 = 0,454 \cdot 630,35 = 286,18 \text{ кН}.$$

Найдем коэффициенты:

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{F_1} = \frac{630,35}{F_1} ;$$

$$\sigma_2 = \frac{s_2}{F_2} = \frac{472,76}{1,2 F_1} = 393,97 / F_1 ;$$

$$\sigma_3 = \frac{s_3}{F_3} = \frac{286,18}{0,8 F_1} = 357,73 / F_1$$

Наиболее напряженной будет первая стержень. -4-

Из условия прочности:

$$\sigma_1 = \frac{630,35}{F_1} \leq R ; F_1 \geq \frac{630,35}{R} = \frac{630,35}{2 \cdot 10^5} = 3,15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$F_2 = 1,2 \cdot 3,15 \cdot 10^{-3} = 3,78 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 ;$$

$$F_3 = 0,8 \cdot F_1 = 0,8 \cdot 3,15 \cdot 10^{-3} = 2,52 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Проверим напряжения в стержнях:

$$\sigma_1 = \frac{630,35}{3,15 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^5 \text{ КПа} = R ;$$

$$\sigma_2 = \frac{393,97}{3,15 \cdot 10^{-3}} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ КПа} < R ;$$

$$\sigma_3 = \frac{357,73}{3,15 \cdot 10^{-3}} = 1,14 \cdot 10^5 \text{ КПа} < R.$$

Второй и третий стержни недогружены.

Найдем суммарный объем стержней:

$$\begin{aligned} V_{\text{ст}} &= F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 = 3,15 \cdot 10^{-3} \cdot 1 + 3,78 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 2,52 \cdot 10^{-3} \cdot 6,083 = \\ &= 3,36 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3 \end{aligned}$$

Пусть матрица стержней пластична  
Условие разрушения стержней:

$$2 \cdot R^m \cdot F_1 + 5 \cdot R^m \cdot F_2 + 6,902 \cdot R^m \cdot F_3 - 5600 \cdot \text{кн} = 0$$

Отсюда:  $2R \cdot F_1 + 5R F_2 + 6,902 R \cdot F_3 = 5600$

$$F_1 = \frac{5600}{R(2 + 5 \cdot 1,2 + 6,902 \cdot 0,8)} = \frac{5600}{2 \cdot 10^5 \cdot 7,522} = 2,07 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$F_2 = 1,2 F_1 = 1,2 \cdot 2,07 \cdot 10^{-3} = 2,48 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$F_3 = 0,8 F_1 = 0,8 \cdot 2,07 \cdot 10^{-3} = 1,66 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Суммарный объем стержней:

$$V_{\text{ст}} = 2,07 \cdot 10^{-3} \cdot 1 + 2,48 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 1,66 \cdot 10^{-3} \cdot 6,083 = 2,21 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

Сравним результаты:

$$\frac{|V_{\text{ст}} - V_{\text{хр}}|}{V_{\text{хр}}} \cdot 100\% = \frac{|2,21 \cdot 10^{-2} - 3,36 \cdot 10^{-2}|}{3,36 \cdot 10^{-2}} \cdot 100\% = 34,2\%$$

При расчете по формуле [1] получено значение  
материала стержней на 34,2%